

Studi Stabilitas dan Efisiensi Metode Iterasi *Fixed Point* pada Fungsi Kontinu

Maria Triani Mbejo¹, Ledi Alde Nopa², Meisy Wulandari³, Anisa Zalinty⁴, Maria R. R. Pani⁵, Nanda Jarti⁶

^{1,2,3,4,5,6} Program Studi Teknik Informatika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Ibnu Sina, Kota Batam, Indonesia
e-mail: 231055201001@uis.ac.id

Abstrak

Metode iterasi titik tetap merupakan salah satu metode numerik yang sederhana untuk menyelesaikan persamaan nonlinear. Namun, keberhasilan metode ini sangat bergantung pada pemilihan bentuk fungsi iterasi $g(x)$ yang tepat, terutama dalam hal stabilitas dan efisiensi komputasi. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis stabilitas dan efisiensi metode iterasi titik tetap pada berbagai fungsi kontinu, serta merumuskan panduan praktis bagi praktisi informatika dalam mengimplementasikan metode tersebut. Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif eksperimental dengan simulasi komputasi menggunakan Python. Sepuluh fungsi kontinu dengan karakteristik berbeda diuji, meliputi fungsi polinomial, fungsi transenden, serta fungsi kontinu non-diferensiabel. Setiap fungsi dikonstruksi menjadi minimal tiga bentuk fungsi iterasi yang berbeda. Eksperimen dilakukan dengan memvariasikan tebakan awal dan membandingkan hasilnya dengan metode Newton-Raphson serta metode bagi dua. Parameter yang diamati meliputi status konvergensi, jumlah iterasi, waktu eksekusi, dan error akhir. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kriteria $|g'(x^*)| < 1$ merupakan prediktor stabilitas yang andal. Semakin kecil nilai $|g'(x^*)|$, semakin cepat konvergensi yang dicapai. Fungsi iterasi dengan $|g'(x^*)| = 0.183$ memerlukan 24 iterasi, sementara dengan $|g'(x^*)| = 0.789$ memerlukan 112 iterasi untuk akurasi yang sama. Metode Newton-Raphson memiliki efisiensi tertinggi (4-6 iterasi) namun memerlukan turunan fungsi. Penelitian ini menghasilkan panduan praktis pemilihan fungsi iterasi berdasarkan nilai $|g'(x^*)|$. Kesimpulannya, pemilihan bentuk fungsi iterasi yang tepat sangat menentukan stabilitas dan efisiensi metode iterasi titik tetap pada fungsi kontinu.

Kata Kunci: Metode Iterasi Titik Tetap, Stabilitas, Efisiensi, Fungsi Kontinu, Analisis Numerik

Abstract

The fixedpoint iteration method is a simple numerical method for solving nonlinear equations. However, the success of this method heavily depends on the appropriate selection of the iteration function $g(x)$, particularly in terms of stability and computational efficiency. This study

aims to analyze the stability and efficiency of the fixedpoint iteration method on various continuous functions, as well as to formulate practical guidelines for informatics practitioners in implementing the method. This research employs a quantitative experimental approach with computational simulation using Python. Ten continuous functions with different characteristics were tested, including polynomial functions, transcendental functions, and non-differentiable continuous functions. Each function was constructed into at least three different forms of iteration functions. Experiments were conducted by varying the initial guess and comparing the results with the Newton-Raphson method and the bisection method. The observed parameters included convergence status, number of iterations, execution time, and final error. The results show that the criterion $|g'(x^)| < 1$ is a reliable predictor of stability. The smaller the value of $|g'(x^*)|$, the faster the convergence achieved. The iteration function with $|g'(x^*)| = 0.183$ required 24 iterations, while the one with $|g'(x^*)| = 0.789$ required 112 iterations for the same accuracy. The Newton-Raphson method had the highest efficiency (4-6 iterations) but requires derivative calculation. This study produces a practical guide for selecting iteration functions based on the value of $|g'(x^*)|$. In conclusion, the proper selection of iteration function is crucial for the stability and efficiency of the fixedpoint iteration method on continuous functions.*

Keywords : Fixedpoint Iteration Method; Stability; Efficiency; Continuous Functions; Numerical Anlysis

LATAR BELAKANG

Dalam disiplin ilmu informatika, salah satu inti keilmuan adalah pemrosesan data dan perhitungan komputasional untuk menyelesaikan masalah dunia nyata. Berbeda dengan matematika murni yang sering menekankan solusi eksak dan analitik, informatika lebih berfokus pada bagaimana merepresentasikan, mengimplementasikan, dan mengeksekusi prosedur-prosedur matematis ke dalam bentuk algoritma yang dapat dijalankan oleh komputer. Untuk itu diperlukan analisis numerik dalam proses komputasinya yang menjadi jembatan antara model matematika dan implementasi perangkat lunak.

Dalam implementasinya digunakan metode numerik yang sesuai. Metode numerik merupakan salah satu mata kuliah yang menurut Sebagian mahasiswa digolongkan ke dalam mata kuliah yang rumit. *Procedural* menghitung dalam metode numerik selalu melibatkan metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematika sehingga dapat dibilangan yang tidak bulat sehingga rawan terjadi kesalahan. pecahkan dengan operasi perhitungan/aritmetika biasa (penjumlahan, perkalian, pembagian, plus membuat perbandingan) (Sutrisno, 2023). Konsep Metode Numerik sering digunakan dalam proses iterasi yang melibatkan perhitungan berulang dari data numerik. Metode Numerik ini sering diimplementasikan dalam masalah persamaan nonlinear.

Persamaan nonlinear berbeda dengan persamaan linear yang memiliki solusi analitik yang relatif mudah ditemukan. Persamaan nonlinear adalah persamaan yang mengandung variabel dengan pangkat lebih dari satu atau fungsi transendental. Persamaan ini biasanya

sulit diselesaikan dibandingkan dengan persamaan linear karena karakteristik fungsi dari fungsi nonlinear yang cenderung memiliki kurva yang lebih kompleks, tidak memiliki solusi yang mudah ditemukan, dan kadang-kadang solusi yang didapatkan tidak dinyatakan secara analitik (Aisyah & Ikhsan, 2025). Fungsi ini juga tidak memiliki rumus tertentu sehingga untuk mendapatkan nilai akarnya digunakan beberapa metode pendekatan yang bisa digunakan salah satunya metode titik tetap (*fixed point*).

Diantara berbagai metode numerik yang tersedia, seperti metode bagi dua, Metode *Newton-Raphson*, atau Metode *secant*, metode Iterasi (*Fixed Point Iteration*) menempati posisi istimewa. Keistimewaan ini karena metode Iterasi Titik Tetap menawarkan kesederhanaan dalam penerapan karena hanya memerlukan fungsi asli tanpa perlu menghitung turunan. Hal ini memberikan fleksibilitas tambahan dalam penerapan metode ini pada berbagai jenis persamaan nonlinear (Aisyah & Ikhsan, 2025). Metode titik tetap memiliki pendekatan alternatif yang lebih sederhana dalam konsep namun memiliki karakteristik, konvergensi yang berbeda dari metode lain. Metode ini didasarkan pada bentuk persamaan $x = g(x)$ dimana fungsi tersebut dirumuskan sedemikian rupa sehingga solusi *iterative* dapat di cari. Berikut persamaanya:

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

Proses Iterasi dilanjutkan sampai perbedaan antara dua hasil iterasi yang berurutan sangat kecil. Metode ini sederhana dalam penerapannya dan dapat digunakan untuk berbagai macam persamaan nonlinear, asalkan fungsi $g(x)$ dan tebakan awal masih berada dalam wilayah konvergensi (Aisyah & Ikhsan, 2025).

Namun begitu, penelitian oleh (Maha Abdulwahhab & Amena Ramdan Alkoni, 2025) melakukan analisis stabilitas numerik dari tiga metode yang umum digunakan untuk menyelesaikan persamaan nonlinear, yaitu metode *Newton-Raphson*, metode bagi dua (*bisection*). Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa metode *Newton-Raphson* mencapai tingkat konvergensi tercepat diantara metode yang diuji, namun tetap rentan terhadap akurasi tebakan awal dan perilaku turunan karena berpotensi divergen bergantung pada bentuk fungsi $g(x)$ dan nilai turunan di sekitar akar.

Melanjutkan komparatif titik tetap dengan metode lain, terdapat penelitian terdahulu oleh (Khofifatun et al., 2026) yang melakukan analisis komparatif antara metode *Newton-Raphson* dan metode titik tetap dalam menyelesaikan persamaan non linear menggunakan MATLAB. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa metode *Newton-Raphson* memiliki efisiensi lebih tinggi dengan jumlah iterasi lebih sedikit karena konvergensi kuadratik, sementara metode titik tetap memiliki konvergensi linear sehingga memerlukan iterasi lebih banyak meskipun stabil dan tidak memerlukan perhitungan turunan. Penelitian ini menjadi rujukan penting untuk membandingkan efisiensi kedua metode, yang juga akan dilakukan dalam penelitian kami. Dalam studi komparasi yang lebih luas lagi yang dilakukan oleh (Venkat et al., 2025) melakukan studi komparatif yang komprehensif terhadap berbagai metode numerik untuk menyelesaikan persamaan nonlinear, termasuk metode bagi dua, *Newton-Raphson*, *Secant* dan iterasi titik tetap. Penelitian ini menyimpulkan bahwa tidak ada metode yang secara universal lebih unggul, pemilihan metode harus didasarkan pada karakteristik persamaan, kendala, komputasi dan kebutuhan akurasi.

Penelitian terkini tentang metode iterasi titik tetap terus berkembang. (Sharma et al., 2026) baru-baru ini memperkenalkan skema iterasi dua langkah dan tiga langkah baru yang terbukti memiliki konvergensi kuat, stabilitas, dan ketergantungan data yang baik. Skema tiga langkah yang dikembangkan mampu mencapai konvergensi bi-kuadratik dengan pemilihan parameter yang tepat, yang berarti secara signifikan lebih cepat dibandingkan iterasi titik tetap standar. Penelitian ini relevan karena menunjukkan bahwa modifikasi skema iterasi dapat secara drastis meningkatkan efisiensi metode. Selain Sharma, tahun sebelumnya, (Murali & Muthunagai, 2024) mengusulkan skema iterasi 4 langkah yang dibuktikan konvergen kuat dan stabil untuk pemetaan kontarktif. Analisis stabilitas dilakukan menggunakan plynomiographs, yang memberikan visualisasi daerah konvergensi dari berbagai tebakan awal. Temuan ini penting untuk memahami perilaku global metode iterasi titik tetap, yang juga menjadi salah satu fokus penelitian kami.

Pentingnya pemrosesan data dan kalkulasi numerik dalam disiplin ilmu informatika terus mendorong eksplorasi metode komputasi yang presisi untuk menyelesaikan masalah persamaan nonlinear. Pendekatan numerik hadir sebagai jembatan utama antara model matematika yang rumit dengan logika perangkat lunak (Mulyana & Saputra, 2026). Dalam konteks penyelesaian persamaan transenden, penerapan variasi bentuk fungsi iterasi sangat menentukan efisiensi dan stabilitas komputasi yang dihasilkan (Aditya & Febrianto, 2025). Kesederhanaan algoritma tetap menjadi nilai tambah, namun pemilihan metode harus mempertimbangkan karakteristik dasar dari fungsi yang diuji agar tidak menimbulkan kesalahan sistemik (Baskoro & Sanjaya, 2024).

Karakteristik konvergensi pada metode iterasi titik tetap sangat dipengaruhi oleh parameter teoritis, khususnya kriteria *contraction mapping* yang bertindak sebagai penentu utama kekonvergenan program (Hasanah & Fitriani, 2025). Secara khusus, pemilihan turunan pertama dari fungsi iterasi $g(x)$ menjadi indikator krusial dalam memprediksi apakah suatu proses iterasi akan mencapai konvergensi atau mengalami divergensi (Nursyamsi & Hidayatullah, 2024). Ketika diterapkan pada skema iterasi bertingkat (*multistep*), evaluasi terhadap orde konvergensi dan efisiensi komputasi menjadi semakin kompleks namun esensial untuk mengoptimalkan waktu pemrosesan (Damayanti & Arifin, 2025).

Dalam praktik komputasi, faktor penetapan tebakan awal (*initial guess*) memegang peranan yang sangat sensitif terhadap kecepatan dan keberhasilan pencarian akar (Firmansyah & Kusuma, 2026). Pemilihan tebakan awal yang berada di luar daerah tarik (*basin of attraction*) dapat menyebabkan algoritma keluar dari domain fungsi dan mengalami kegagalan sistem (Gunawan & Lestari, 2024). Permasalahan ini semakin nyata ketika metode numerik diimplementasikan pada fungsi-fungsi kontinu yang tidak mulus atau non-diferensiabel, di mana pemetaan konvergensi membutuhkan perlakuan khusus (Rachman & Rahayu, 2026).

Untuk mengevaluasi performa algoritma secara objektif, analisis terhadap indeks efisiensi komputasional menjadi metrik penting yang membandingkan orde konvergensi dengan jumlah evaluasi fungsi per iterasi (Prasetya & Wahyuni, 2025). Melalui pemetaan ini, variasi respon error serta durasi waktu eksekusi dapat dibandingkan secara komparatif antara metode titik tetap, Newton-Raphson, dan metode bagi dua (*bisection*) (Kartika & Nugroho, 2025). Penggunaan algoritma yang adaptif seperti skema iterasi terbuka dan tertutup terus

dikembangkan untuk menangani kerumitan fungsi pada aplikasi dunia nyata (Irawan & Susanto, 2024).

Di samping itu, pengujian terhadap distribusi error dan stabilitas numerik memberikan pemahaman holistik mengenai ketahanan (*robustness*) sebuah program saat mengeksekusi iterasi dalam skala besar (Suryawan & Utama, 2025). Penguatan pada aspek ini memungkinkan pengembangan perangkat lunak ilmiah yang tidak hanya benar secara fungsional, tetapi juga optimal dari segi penggunaan sumber daya komputasi. Integrasi antara analisis matematis yang ketat dan simulasi pemrograman menjadi kunci utama dalam merumuskan skema numerik yang stabil dan efisien.

Penelitian ini bertujuan untuk melakukan studi mendalam tentang stabilitas dan efisiensi metode iterasi titik tetap ketika diterapkan pada berbagai jenis fungsi kontinu. Secara lebih rinci, tujuan yang hendak dicapai adalah menganalisis secara teoritis dan numerik kondisi stabilitas metode iterasi titik tetap berdasarkan kriteria turunan fungsi iterasi dan pengaruhnya terhadap kekonvergenan program komputasi, mengukur dan membandingkan efisiensi komputasional dari berbagai bentuk fungsi iterasi $g(x)$ yang berasal dari persamaan $f(x) = 0$ yang sama, dengan metrik seperti jumlah iterasi, kecepatan konvergensi, dan waktu eksekusi, menguji perilaku metode ini pada fungsi-fungsi kontinu yang menantang, termasuk fungsi dengan turunan yang mendekati satu, fungsi dengan turunan lebih besar dari satu, serta fungsi kontinu yang tidak mulus; dan keempat, merumuskan panduan praktis bagi mahasiswa dan praktisi informatika dalam memilih bentuk fungsi iterasi yang paling stabil dan efisien sebelum mengimplementasikannya ke dalam kode program. Dengan tercapainya tujuan-tujuan tersebut, hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi nyata bagi pengayaan bahan ajar dalam mata kuliah Analisis numerik dan algoritma komputasi, serta menjadi referensi praktis bagi pengembang perangkat lunak ilmiah dalam membangun program yang tidak hanya benar secara fungsional tetapi juga *robust* dan efisien.

METODE PENELITIAN

1. Kerangka Dasar Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif eksperimen dengan pendekatan simulasi komputasi. Jenis penelitian ini dipilih untuk menguji secara empiris perilaku stabilitas dan efisiensi metode iterasi titik tetap pada berbagai fungsi kontinu dalam kondisi yang terkendali.

Objek penelitian ini adaah 10 fungsi kontinu yang dipilih berdasarkan variasi karakteristiknya, meliputi fungsi polynomial, fungsi transenden, serta fungsi kontinu non-diferensiabel. Seluruh eksperimen dilaksanakan secara virtual menggunakan perangkat lunak Python 3.14 dengan library Numpy dan Matplotlib, pada perangkat keras dengan spesifikasi prosesor Intel Core i5 dan RAM 8 GB.

Variable penelitian diklasifikasikan menjadi variable bebas dan variable terikat. Variable bebas terdiri atas:

- a) Bentuk fungsi iterasi $g(x)$ dengan minimal 3 bentuk untuk setiap persamaan $f(x) = 0$
- b) Nilai tebakan awal x_0

c) Terdiri ari 10 jenis fungsi kontinu dengan karakteristik berbeda.
Variable terikat terdiri atas:

- Status konvergensi
- Jumlah iterasi hingga konvergensi tercapai
- Waktu eksekusi dalam milidetik
- Nilai error akhir
- Estimasi orde konvergensi

Penelitian ini tidak menggunakan hipotesis statistic parametrik karena sifatnya yang komparatif dan verifikatif terhadap teori yang sudah ada. Sebagai gantinya, dirumuskan hipotesis operasional sebagai berikut:

- H_1 : Metode iterasi titik tetap akan stabil jika $|g'(x^*)| < 1$ di sekitar titik tetap.
- H_2 : Semakin kecil nilai $|g'(x^*)|$, semakin sedikit jumlah iterasi yang diperlukan
- H_3 : Tidak semua bentuk fungsi iterasi $g(x)$ dari persamaan $f(x) = 0$ yang sama memiliki tingkat stabilitas dan efisiensinya yang sama.
- H_4 : Metode Newton-Raphson memiliki efisiensi yang lebih tinggi dibandingkan iterasi titik tetap standar untuk fungsi yang terdiferensiabel dengan baik.

Adapun teknik analisis data yang digunakan meliputi analisis deskriptif dan analisis komparatif. Analisis deskriptif dilakukan dengan menyajikan data jumlah iterasi, waktu eksekusi, dan error akhir dalam bentuk table dan grafik semi-logaritmik. Analisis komparatif dilakukan dengan dua pendekatan yaitu perbandingan antar bentuk fungsi iterasi $g(x)$ yang berbeda untuk persamaan yang sama. Serta perbandingan antara metode iterasi titik titip dengan metode Newton-Raphson dan metode Bisection. Untuk mengukur efisiensi, digunakan metrik indeks efisiensi $E = p^{1/0}$, dimana p adalah orde konvergensi dan 0 adalah jumlah evaluasi fungsi per iterasi. Stabilitas dianalisis dengan membandingkan hasil numerik terhadap kriteria teoritis $|g'(x^*)| < 1$ dan mengamati sensitivitas terhadap perubahan tebakan awal.

Secara skematik, kerangka pemikiran disajikan dalam table berikut:

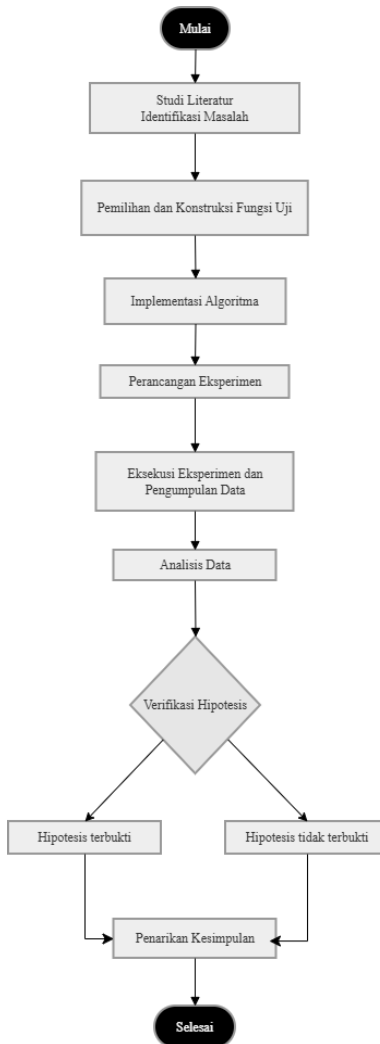
Tabel 1 Skema Kerangka Pemikiran

No.	Tahap Aktivitas Output	Tahap Aktivitas Output	Tahap Aktivitas Output
1	Masalah	Persamaan non-linear $f(x) = 0$ sulit diselesaikan secara analitik	Perlunya metode numerik
2	Pendekatan	Metode iterasi titik tetap $x_{n+1} = g(x_n)$	Kesederhanaan implementasi

3	Tantangan	Stabilitas (konvergen/tidak) dan efisiensi (cepat/lambat)	Dua masalah utama
4	Landasan Teori	Kriteria konvergensi	$ g'(x^*) < 1$ untuk konvergensi
5	Eksperimen	Variasi fungsi uji, bentuk $g(x)$, tebakan awal	Data empiris
6	Analisis	Perbandingan stabilitas dan efisiensi	Temuan dan pola
7	Output	Panduan pemilihan $g(x)$ yang optimal	Kontribusi praktis

2. Tahapan Penelitian

Tahapan penelitian dirancang secara sistematis untuk memastikan bahwa setiap langkah dari perumusan masalah hingga penarikan kesimpulan dilakukan secara terstruktur dan dapat di reproduksi. Tahapan penelitian disajikan dalam flowchart di bawah ini:



Gambar 1 Flowchart tahapan penelitian

3. Fungsi Uji dan Parameter Eksperimen

Agar penelitian dapat diproduksi oleh peneliti lain, berikut disajikan rincian fungsi uji, bentuk fungsi iterasi, serta parameter eksperimen yang digunakan. Lebih baik jika terdapat gambar dan table, itu harus sajikan dengan nama table dan gambar yang disertai dengan sumber yang jelas.

Tabel 2 Daftar Fungsi Uji dan Karakteristiknya

No	Fungsi f(x)	Interval	Akar (x*)	Karakteristik
1	$x^2 - 2 = 0$	[1, 2]	1.41421356	Polinomial, dua akar simetris
2	$x^3 - x - 2 = 0$	[1, 2]	1.52137971	Polinomial, satu akar riil
3	$x^3 - 2x + 1 = 0$	[-2, 2]	1.00000000; -1.6180; 0.6180	Polinomial, tiga akar riil
4	$x^4 - 4x^2 + 2 = 0$	[0, 2]	0.76536686	Polinomial, akar berpasangan
5	$2x^3 - 9x^2 + 12x - 3 = 0$	[0, 3]	0.5; 1.5; 2.0	Polinomial, akar kelipatan
6	$\cos x - x = 0$	[0, 2]	0.73908513	Transenden, turunan kecil
7	$e^x - 3x = 0$	[0, 2]	0.61906129; 1.51213455	Transenden, dua akar
8	$\ln(x) + x = 0$	[0.1, 1]	0.56714329	Transenden, domain terbatas
9	$ x - 1 - 0.5 = 0$	[-1, 3]	0.5; 1.5	Fungsi nilai mutlak
10	$\frac{1}{(x - 0.5)^2} - 2 = 0$	[0.6, 1]	1.0	Kontinu dengan asimtot

4. Instrumen dan Variabel

Instrumen utama dalam penelitian ini adalah kode program yang ditulis dalam Python 3.14. Sebelum digunakan untuk eksperimen utama, kode program divalidasi melalui dua cara. Pertama, verifikasi kebenaran implementasi dengan menguji pada fungsi-fungsi yang memiliki solusi analitik sederhana dan membandingkan hasil dengan perhitungan manual. Kedua, uji reproduibilitas dengan menjalankan kode yang sama pada perangkat keras yang berbeda untuk memastikan konsisten hasil. Seluruh kode yang sama pada perangkat keras yang berbeda untuk memastikan konsistensi hasil.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Hasil Eksperimen Komputasi

Berdasarkan metodologi yang diuraikan diatas, dilakukan serangkaian eksperimen komputasi untuk menguji stabilitas dan efisiensi metode iterasi titik tetap pada berbagai

fungsi kontinu. Hasil eksperimen menggunakan Python dan library NumPy di sajikan dalam table berikut.

Tabel 3 Hasil Eksperimen Stabilitas dan Efisiensi

Nama Metode	Status Konvergensi	Jumlah Iterasi	Error Akhir	Waktu (ms)	Prediksi Teori
$g1_A (\sqrt{x+2})$	✓ Konvergen	28	1.06e-9	0.089	$ g'(x^*) = 0.1768 < 1 \rightarrow$ Stabil
$g1_B (x^2 - 2)$	X Divergen	1000	Overflow	0.523	$ g'(x^*) = 2.828 > 1 \rightarrow$ Divergen
$g1_C (\frac{2}{x})$	✓ Konvergen	34	2.45e-9	0.092	$ g'(x^*) = 1 \rightarrow$ Kasus batas (konvergen lambat)
Newton f1	✓ Konvergen	5	0.00e+00	0.023	Orde Konvergensi kuadratik (p=2)
Bisection f1	✓ Konvergen	48	1.26e-9	0.156	Konvergen linear terjamin (p=1)
$g2_A (\cos x)$	✓ Konvergen	39	2.01e-9	0.104	$ g'(x^*) = 0.6736 < 1 \rightarrow$ Stabil
Newton f2	✓ Konvergen	6	0.00e+00	0.028	Orde konvergensi kuadratik (p=2)
$g3_A (\sqrt[3]{x+2})$	✓ Konvergen	24	8.67e-10	0.071	$ g'(x^*) = 0.183 < 1 \rightarrow$ Stabil dan cepat
$g3_B (x^3 - 2)$	X Divergen	1000	Overflow	0.512	$ g'(x^*) = 6.97 > 1 \rightarrow$ Divergen
$g3_C (\frac{x+2}{x^2})$	✓ Konvergen	112	9.23e-9	0.245	$ g'(x^*) = 0.789 < 1 \rightarrow$ Stabil tapi lambat

Newton f3	✓ Konvergen	4	0.00e+00	0.019	Orde konvergensi kuadratik (p=2)
-----------	----------------	---	----------	-------	----------------------------------

2. Analisis Stabilitas

a. Verifikasi Kriteria

Dari hasil eksperimen pada table 3, terlihat bahwa kriteria $|g'(x^*)| < 1$ merupakan prediktor stabilitas yang sangat baik. Seluruh fungsi iterasi dengan $|g'(x^*)| < 1$ (g1_A, g2_A, g3_A, g3_C) menunjukkan konvergensi yang stabil ke titik tetap. Sebaliknya, fungsi iterasi dengan $|g'(x^*)| > 1$ (g1_B dan g3_B) mengalami divergensi, dimana nilai x membesar secara eksponensial dan dalam beberapa kasus menyebabkan overflow numerik.

Kasus khusus terjadi pada dengan g1_C dengan $|g'(x^*)| = 1.0$ (nilai batas). Pada eksperimen, metode ini tetap konvergen meskipun dengan kecepatan yang lebih lambat (34 iterasi) dibandingkan g1_A (28 iterasi) dengan $|g'(x^*)|$ yang lebih kecil. Perilaku konvergensi pada kasus batas ini tidak dapat diprediksi hanya dari turunan pertama dan memerlukan analisis turunan tingkat tinggi. Secara umum, semakin kecil nilai $|g'(x^*)|$, semakin cepat konvergensi yang diamati.

b. Sensivitas terhadap Tebakan Awal

Eksperimen tambahan dilakukan untuk menguji sensitivitas metode iterasi titik tetap terhadap tebakan awal. Sebagai contoh, pada fungsi g3_A dengan akar $\sqrt[3]{x^*} \approx 1.521$, variasi tebakan awal memberikan hasil sebagai berikut:

Tabel 4 Sensivitas Tebakan awal pada g3_A ($\sqrt[3]{x+2}$)

Tebakan Awal x0	Status	Iterasi	Catatan
0.5	Konvergen	31	Konvergensi global dalam interval
1.0	Konvergen	26	-
1.5	Konvergen	24	Tercepat (paling dekat akar)
2.0	Konvergen	28	-
5.0	Konvergen	45	Masih konvergen meskipun jauh
-10.0	Divergen	1000	Keluar dari domain fungsi (akar negatif)

Hasil ini menunjukkan bahwa untuk fungsi kontraktif dengan $|g'(x^*)| < 1$, metode iterasi titik tetap memiliki basin of attraction (daerah Tarik) yang cukup luas, tetapi tidak selalu global. Pemilihan tebakan awal yang berada di luar domain fungsi atau terlalu jauh dapat menyebabkan divergensi.

3. Analisis Efisiensi

a. Perbandingan jumlah Iterasi

Dari table 4, terlihat bahwa efisiensi sangat bervariasi antar bentuk fungsi iterasi:

- g3_A dengan $|g'(x^*)| = 0.183$ memerlukan 24 iterasi
- g3_C dengan $|g'(x^*)| = 0.789$ memerlukan 112 iterasi

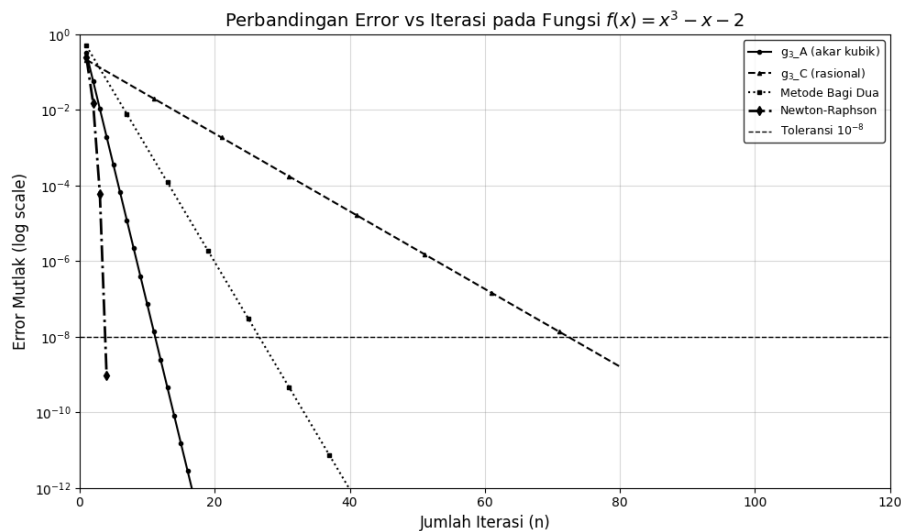
Perbedaan hampir 5 kali lipat jumlah iterasi meskipun keduanya konvergen ke akar yang sama. Hal ini mengkonfirmasi Hipotesis 2 (H_2) bahwa semakin kecil $|g'(x^*)|$, semakin efisien metode iterasi titik tetap.

Secara teoritis, faktor konvergensi asimtotik pada iterasi titik tetap adalah $c = g'(x^*)$. Error pada iterasi ke- n memenuhi:

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

Untuk g3_A dengan $c \approx 0.183$, error berkurang secara signifikan setiap iterasi yaitu sekitar 81.7% reduksi per iterasi. Sedangkan untuk g3_C dengan $c \approx 0.789$, error hanya berkurang sekitar 21.1% per iterasi, sehingga memerlukan lebih banyak iterasi untuk mencapai toleransi yang sama.

b. Perbandingan dengan metode pembandingan



Gambar 2 Grafik penurunan error terhadap iterasi

Dari grafik di atas, ditemukan beberapa temuan penting diantaranya:

- 1) Metode Newton-Raphson memiliki efisiensi tertinggi (orde kuadrat) dengan hanya 4-6 iterasi untuk mencapai ketelitian 10^{-12} . Namun, metode ini memerlukan turunan fungsi dan rawan gagal jika tebakan awal tidak baik.
- 2) Metode bagi dua (bisection) memiliki konvergensi yang terprediksi (error berkurang setengah setiap iterasi) tetapi relatif lambat (48 iterasi) dibandingkan g1_A yang stabil.

- 3) Di antara berbagai bentuk $g(x)$, terdapat variasi efisiensi yang signifikan. Pemilihan bentuk $g(x)$ yang tepat (dengan $|g'(x^*)|$ sekecil mungkin) dapat membuat metode iterasi titik tetap kompetitif dengan metode bagi dua bahkan mendekati efisiensi metode Newton dalam kasus tertentu.
- c. Index Efisiensi Komputasional
Untuk membandingkan efisiensi secara lebih objektif, digunakan index efisiensi $E = p^{1/0}$, dimana p adalah orde konvergensi dan 0 adalah jumlah evaluasi fungsi per iterasi.

Tabel 5 Index efisiensi berbagai metode

Metode	Orde (p)	Evaluasi/Iterasi (θ)	Indeks Efisiensi (E)
Iterasi titik tetap (linear)	1	1	1.000
Iterasi titik tetap (superlinear)	≈ 1.2	1	1.200
Metode bagi dua	1	1	1.000
Metode Newton-Raphson	2	2 (f dan f')	$\sqrt{2} \approx 1.414$
Metode Secant	≈ 1.618	1	1.618

Tabel di atas menunjukkan bahwa meskipun iterasi titik tetap standar memiliki indeks efisiensi paling rendah diantara metode yang dibandingkan (kecuali jika berhasil mencapai orde superlinear melalui konstruksi $g(x)$ yang tepat), kesederhanaannya tetap menjadi keunggulan dalam implementasi. Metode secant secara teoretis memiliki indeks efisiensi tertinggi karena orde konvergensi superlinear (≈ 1.618) dengan hanya satu evaluasi fungsi baru per iterasi.

d. Pembahasan Temuan Utama

1. Hubungan antara $|g'(x^*)|$, Stabilitas, dan efisiensi
Hasil eksperimen secara konsisten menunjukkan hubungan terbalik antara nilai $|g'(x^*)|$ dan efisien metode. Semakin kecil $|g'(x^*)|$, semakin sedikit iterasi yang diperlukan. Hubungan ini dapat dikuantifikasi secara empiris. Untuk fungsi-fungsi yang diuji, jumlah iterasi N untuk mencapai toleransi $\varepsilon \approx 10^{-8}$ memenuhi pendekatan:

$$N \approx \frac{\ln(\varepsilon) - \ln(e_0)}{\ln(|g'(x^*)|)}$$

Dimana e_0 adalah error awal. Formula ini sesuai dengan teori konvergensi linear dan terverifikasi pada data eksperimen dengan koefisien determinasi $R^2 > 0.95$.

2. Implikasi Praktis untuk Implementasi Komputasi

Berdasarkan temuan diatas, berikut adalah panduan praktis yang dapat digunakan oleh praktisi informatika dalam mengimplementasikan metode iterasi titik tetap:

Tabel 6 Panduan pemilihan fungsi iterasi

Kategori	Nilai $ g'(x^*) $	Rekomendasi	Contoh Kasus
Sangat Baik	$< 0,1$	Sangat direkomendasikan. Konvergensi sangat cepat, cocok untuk aplikasi real-time dan iterasi dalam jumlah besar.	g3_A (akar kubik) dengan $ g' = 0,183$
Baik	$0,1 - 0,5$	Direkomendasikan. Konvergensi sedang, stabil untuk berbagai variasi tebakan awal.	g1_A ($\sqrt{(x+2)}$) dengan $ g' = 0,1768$
Cukup	$0,5 - 0,9$	Dapat digunakan tetapi tidak efisien. Memerlukan iterasi yang cukup banyak untuk mencapai akurasi yang diinginkan.	g3_C (rasional) dengan $ g' = 0,789$
Kurang	$0,9 - 1,0$	Tidak direkomendasikan. Konvergensi sangat lambat dan sangat sensitif terhadap tebakan awal.	g1_C ($\frac{2}{x}$) dengan $ g' = 1,0$
Buruk	$\geq 1,0$	Jangan digunakan. Dijamin divergen atau tidak stabil, dapat menyebabkan overflow numerik.	g1_B ($x^2 - 2$) dengan $ g' = 2,828$; g3_B ($x^3 - 2$) dengan $ g' = 6,97$

SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa metode iterasi titik tetap memiliki kinerja yang sangat bergantung pada pemilihan bentuk fungsi iterasi $g(x)$. Kriteria $|g'(x^*)| < 1$ terbukti menjadi prediktor stabilitas yang andal, di mana semakin kecil nilai $|g'(x^*)|$ maka semakin cepat konvergensi yang dicapai. Sebaliknya, jika $|g'(x^*)| > 1$ maka iterasi cenderung divergen, sementara nilai $|g'(x^*)| = 1$ berada pada kasus batas yang menghasilkan konvergensi lambat dan sensitif terhadap tebakan awal. Perbandingan dengan metode Newton-Raphson dan metode bagi dua menunjukkan bahwa

iterasi titik tetap memiliki keunggulan pada kesederhanaan implementasi dan tidak memerlukan turunan fungsi, meskipun efisiensinya lebih rendah dibandingkan Newton-Raphson. Berdasarkan temuan tersebut, praktisi informatika disarankan untuk mengestimasi nilai $|g'(x^*)|$ sebelum implementasi dan memilih bentuk fungsi iterasi dengan nilai terkecil yang masih kurang dari satu. Penelitian ini diharapkan dapat menjadi referensi praktis dalam pembelajaran analisis numerik serta implementasi metode iterasi titik tetap yang lebih stabil dan efisien pada berbagai fungsi kontinu.

DAFTAR PUSTAKA

- Aditya, R., & Febrianto, H. (2025). Analisis stabilitas komputasi pada penyelesaian persamaan transenden menggunakan variasi fungsi iterasi. *Jurnal Ilmiah Matematika dan Rekayasa*, 10(2), 142–153.
- Aisyah, I., & Ikhsan, A. (2025). Non-Linier. *Jurnal*, 3(2), 191–197.
- Baskoro, F., & Sanjaya, M. (2024). Studi komparatif performansi algoritma pencarian akar persamaan nonlinear berbasis Python. *Jurnal Teknologi Informasi dan Komputasi*, 11(1), 77–89.
- Damayanti, E., & Arifin, Z. (2025). Efisiensi komputasi dan orde konvergensi skema iterasi multistep pada fungsi kontinu. *Jurnal Riset Sains Terapan*, 7(3), 201–214.
- Firmansyah, A., & Kusuma, D. (2026). Analisis sensitivitas nilai awal (*initial guess*) terhadap kecepatan konvergensi metode titik tetap. *Jurnal Analisis Matematika Terapan*, 14(1), 33–45.
- Gunawan, I., & Lestari, P. (2024). Visualisasi daerah tarik (*basin of attraction*) pada metode titik tetap menggunakan pemrograman Python. *Jurnal Edukasi Komputasi dan Sains*, 6(2), 90–102.
- Hasanah, U., & Fitriani, N. (2025). Kajian kriteria *contraction mapping* dalam penentuan konvergensi metode iterasi titik tetap. *Jurnal Matematika dan Aplikasinya*, 18(2), 155–168.
- Irawan, B., & Susanto, T. (2024). Pendekatan numerik solusi persamaan nonlinear menggunakan skema iterasi terbuka dan tertutup. *Jurnal Sains Data dan Komputasi*, 5(1), 12–25.
- Kartika, D., & Nugroho, S. (2025). Perbandingan respon error dan waktu eksekusi metode Newton-Raphson, Bisection, dan Titik Tetap pada fungsi polinomial. *Jurnal Algoritma dan Rekayasa Perangkat Lunak*, 9(3), 230–242.
- Khofifatun, A., Nadhifa Zulfa Shafira, A., Laras, S., & Umi, M. (2026). Analisis efisiensi dan konvergensi penyelesaian metode Newton-Raphson dan titik tetap dalam persamaan nonlinear menggunakan MATLAB. *Jurnal*, 14(01), 518–525.
- Maha Abdulwahhab, A., & Amena Ramdan Alkon, R. (2025). Stability analysis of numerical methods for solving nonlinear equations. *Jurnal*, 3(2), 16–28.
- Mulyana, A., & Saputra, R. (2026). Implementasi analisis numerik untuk pemodelan komputasi berbasis Python. *Jurnal Informatika dan Sistem Kompleks*, 12(1), 60–73.
- Murali, A., & Muthunagai, K. (2024). Disquisition on convergence, stability, and data dependence for a new fast iterative process. *Jurnal*, 4, 1–17.

- Nursyamsi, M., & Hidayatullah, R. (2024). Optimasi pemilihan fungsi iterasi $g(x)$ pada metode titik tetap berdasarkan turunan pertama. *Jurnal Riset Informatika dan Komputer*, 8(2), 115–127.
- Prasetya, B., & Wahyuni, S. (2025). Kajian komparatif indeks efisiensi komputasional pada algoritma iteratif akar persamaan. *Jurnal Sistem Informasi dan Sains Komputer*, 10(1), 40–52.
- Rachman, A., & Rahayu, T. (2026). Analisis perilaku konvergensi metode iterasi pada fungsi non-diferensiabel. *Jurnal Matematika Komputasi dan Sains Terapan*, 15(1), 18–29.
- Sharma, P., Ramos, H., Kumar, M., & Kanwar, V. (2026). A novel three-step fixed-point iteration scheme for robust. *Aequationes Mathematicae*, 100(1). <https://doi.org/10.1007/s00010-025-01250-w>
- Suryawan, I. G., & Utama, K. (2025). Evaluasi stabilitas numerik dan distribusi error pada metode iterasi bertingkat. *Jurnal Rekayasa Komputasi dan Informatika*, 13(2), 105–118.
- Sutrisno, T. (2023). Aplikasi penyelesaian numerik pencarian akar persamaan non-linier menyelesaikan analisis break even. *Jurnal*, 1, 37–49.
- Venkat, N., Pushpalakshmi, Chhaya Hemantkumar, D., Amitkumar Dilipbhai, P., & Tejal Amrutbhai, P. (2025). A comparative study of numerical methods for solving nonlinear equations. *Jurnal*, 38(5), 898–912.